University of Qom
Engineering Management and Soft Computing
JEMSC.QOM
Online ISSN: 2538-2675

Modeling the Combined Problem of Determining the Lot Sizing and Cutting Stock of Raw Materials and Solving With Deep Reinforcement Learning and Exact Method

Seyed Jamaleddin Hosseini[1], Ali Mohaghar[2], Ghasem Mokhtariy[3] and Mohammad Hasan Maleki[4]

1. Correspondig Author, Department of Industrial Engineering, Faculty of Technology and Engineering, University of Qom, Qom, Iran. Email: sirjamal@gmail.com
2. Department of Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. Email: amohaghar@ut.ac.ir
3. Department of Industrial Engineering, Faculty of Technology and Engineering, University of Qom, Qom, Iran. Email: mokhtariy@yahoo.com
4. Department of Management, Faculty of Management, University of Qom, Qom, Iran. Email: bozorgmehr.maleki1363@gmail.com

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 20 August 2025
Received in revised form 10 Octobr 2025
Accepted 25 November 2025
Published online 1 December 2025

Keywords:
Determining lot size, deep reinforcement learning algorithm, one-dimensional raw material cutting, delay penalty, overtime cost.

ABSTRACT

Determining production lot sizes and the raw material cutting problem are key issues in many manufacturing industries. These two problems play a significant role in raw material management, production planning, and cost control in industries such as metals, paper, furniture, and aluminum. Determining the lot size relates to decisions about the quantity of each product to produce in different periods, while the raw material cutting problem deals with determining cutting patterns with minimal waste and cost. Given the interdependence of these two problems, integrated decision-making concerning them can significantly impact the reduction of overall system costs and the improvement of operational productivity. This research presents an integrated mathematical model that combines these two problems. In addition to the multi-level and multi-period production structure, the model also considers costs imposed on the system, including order delivery delays, overtime, and raw material procurement. The main innovation of this research lies in its problem-solving approach; instead of using exact methods or common metaheuristic algorithms, a method based on deep reinforcement learning is used to enable decision-making within the large and complex problem space. In this approach, the problem is designed so that the learning method can make the best decisions regarding production quantity, inventory levels, and the selection of cutting patterns according to different system states. This method can adapt to various operational conditions and functions in an integrated manner without needing to decompose the problem into separate parts.

Cite this article: Mohaghar, A. & et al, (2025). Modeling the Combined Problem of Determining the Lot Sizing and Cutting Stock of Raw Materials and Solving With Deep Reinforcement Learning and Exact Method. *Enginiiring Management and Soft Computing, 11* (2). 326-347. **DOI**: https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.14699.1328

© Hosseini et.al (2025)
DOI: https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.14699.1328
Publisher: University of Qom

1) INTRODUCTION

In many manufacturing industries that use various types of steel sections, such as beams, rebars, angles, square tubes, and channels, to produce different products—including telecommunication towers, medium and high-voltage transmission structures—two key problems play a fundamental role in production planning: the raw material cutting problem and the production lot-sizing problem. In these industries, the production process involves purchasing raw materials from multiple suppliers, formulating appropriate cutting patterns, performing cutting operations on various steel lengths, assembling the cut pieces at different workstations through welding, bolting, or riveting, and adding necessary purchased complementary parts if needed. This cycle applies not only to metal industries but also to areas like paper cutting, furniture manufacturing, aluminum structure fabrication, and large-scale industrial piping.

Numerous studies have examined the one-dimensional cutting stock problem for raw materials of different lengths and dimensions, including Dikili et al. (2008), Koc (2012), and Reinertsen (2010). The lot-sizing problem was first introduced by Handley (1995), who categorized it into single-level and multi-level types, and four subgroups with or without capacity constraints. Researchers like Cook (1990), Wu (2011), Roll (1991), and Zhao (2012) have each investigated these categories. Results from previous studies show that integrating the raw material cutting and lot-sizing problems can lead to significant cost reduction, waste minimization, and improved planning accuracy. Melga (2018) also provided a comprehensive review of the integration of these two problems. Integration is typically done at two levels: 1) integration across time periods through inventory, and 2) integration across different production levels (single-level or multi-level).

In the actual production process, a set of decisions must be made simultaneously: selecting cutting patterns, determining the number of cuts, manufacturing parts needed for assembly, performing finishing operations including welding and painting, and adhering to the delivery schedule for each order treated as a "project" with contractual constraints. If capacity is insufficient, extra overtime shifts are added, which themselves incur costs. Therefore, the problem under study is a combination of one-dimensional cutting, multi-level multi-period lot-sizing, raw material ordering, purchasing auxiliary parts, and capacity planning.

This research presents an integrated model for lot-sizing and raw material cutting that also considers costs related to delivery delays, overtime, and raw material purchases. In this model, key elements such as product structure, demand quantity, number of cut parts per product, workstation capacity, raw material order quantity, sizes of different steel sections in planning periods, inventory of materials and semi-finished products, and the need for overtime shifts are all determined simultaneously. The primary objective of the model is to minimize total cost, including raw material costs, purchased parts costs, inventory holding costs, delay penalty costs, and overtime labor costs.

The solution approach is one of the innovative aspects of this research. Given the very high complexity and NP-hard nature of the problem, exact methods are not sufficiently efficient for real-world scales. In this study, instead of common approaches like Genetic Algorithms or hybrid solutions, a method based on Deep Reinforcement Learning (DRL) is used. In this approach, the production, cutting, and inventory planning process is defined as a decision-making environment, and the learning agent, by observing the system state and the consequences of decisions, tends to select strategies that create the lowest total cost. This method can provide optimal or near-optimal decisions for large-scale problems with suitable speed and without needing to decompose the problem.

For performance evaluation, a set of sample problems of different sizes were created, and the results of the proposed method were compared with other common methods. Analyses show that the Deep Reinforcement Learning approach has managed to provide solutions very close to optimal and, for large scales, outperforms classical algorithms.

2) Model and Solution Method

This section details a complex integrated optimization model that combines Multi-Level Lot-Sizing and One-Dimensional Raw Material Cutting for items with varying cross-sections and sizes. The objective

is to minimize total costs, including ordering, holding, overtime, and shortage penalties, while meeting demand on time.

Key Model Features:

It is a comprehensive Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model. It integrates decisions on production quantities, raw material ordering, cutting patterns, inventory levels, and capacity planning (including overtime). It includes logical constraints for machine setups triggered by changes in cutting patterns.

Innovative Hybrid Solution Approach (CRL):

Due to the problem's high complexity, a novel hybrid method is proposed:

Deep Reinforcement Learning (DRL) Agent: Replaces a traditional Genetic Algorithm. Its role is to intelligently generate and select cutting patterns and decide how many times to use them.

CPLEX Solver: Takes the DRL agent's cutting decisions and solves the remaining MILP problem to find optimal production schedules, order quantities, and inventory levels.

Interaction Loop: The DRL agent proposes a solution (cutting patterns) -> CPLEX evaluates it and calculates the total cost -> The cost is fed back as a reward to the DRL agent -> The DRL agent learns and improves its policy for generating better patterns over time.

This approach leverages the pattern-generation strength of DRL and the precise optimization capability of CPLEX, creating a powerful and adaptive solver for this large-scale, integrated production and cutting problem.

3) conclusion

In this research, the problem of determining lot sizes and raw material cutting was investigated, considering costs related to order delivery delays, overtime, and raw material procurement. An integrated mathematical model was presented with the objective of minimizing production costs. The proposed model considers lot-sizing as multi-level and multi-period, and raw material cutting as one-dimensional. These problems are applicable in the production processes of various industries, including furniture, paper, aluminum, and metal industries, and play a vital role in determining the production quantity of a set of parts and products and optimizing the use of raw materials. Due to the NP-hard nature of the problems and the inefficiency of exact methods for large-scale instances, this study employed a hybrid approach based on deep reinforcement learning and the CPLEX solver. In this method, a deep reinforcement learning agent dynamically selects cutting patterns and the number of times to use them. Subsequently, CPLEX calculates the production, inventory, and shortage variables based on these decisions. The solver's output is fed back as a reward to the deep reinforcement learning agent, and the learning process continues until an optimal policy is reached. The results demonstrate that the proposed method is capable of obtaining optimal cutting patterns and production schedules on a large scale. The deviation of the proposed solutions from the exact solution in small problems is approximately 0.5%, indicating the high efficiency and acceptable accuracy of the method. Furthermore, for large problems where exact methods are incapable of finding a solution, the deep reinforcement learning method showed a 21.8% improvement compared to the genetic algorithm. Sensitivity analysis of the costs also reveals that a 1% increase in procurement costs leads to an average increase of 0.86% in the total problem cost and 0.65% in the holding cost, demonstrating the flexibility and stability of the solutions. Overall, the results of this research emphasize that deep reinforcement learning, as an intelligent approach, can achieve significant performance in complex production and raw material cutting problems and has the potential to be scaled for larger and more realistic problems. For future research, this approach can be extended to incorporate more complex operational factors, such as machine breakdown and repair costs, and constraints on equipment and labor availability.

REFERENCES

- Kuik, R., & Salomon, M. (1990). Multi-level lot-sizing problem: evaluation of a simulated-annealing heuristic. European journal of operational research, 45(1), 25–37. https://doi/pii/0377221790901533

- Wu, T., Shi, L., Geunes, J., & Akartunalı, K. (2011). An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backlogging. European journal of operational research, 214(2), 428–441. https://doi/article/pii/S0377221711003730
- Roll, Y., & Karni, R. (1991). Multi-item, multi-level lot sizing with an aggregate capacity constraint. European journal of operational research, 51(1), 73–87. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Zhao, Q., Xie, C., & Xiao, Y. (2012). A variable neighborhood decomposition search algorithm for multilevel capacitated lot-sizing problems. Electronic notes in discrete mathematics, 39, 129–135. https://doi/S1571065312000194
- Bertolini, M., Mezzogori, D., & Zammori, F. (2024). Hybrid heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and additional operating constraints. International journal of industrial engineering computations, 15(1), 149–170. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Melega, G. M., de Araujo, S. A., & Jans, R. (2018). Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems. European journal of operational research, 271(1), 1–19. https://arxiv.org/abs/2108.08810v2
- Luo, Q., Du, B., Rao, Y., & Guo, X. (2022). Metaheuristic algorithms for a special cutting stock problem with multiple stocks in the transformer manufacturing industry. Expert systems with applications, 210, 118578. https://doi/article/pii/S0957417422016396
- Fang, J., Rao, Y., Luo, Q., & Xu, J. (2023). Solving one-dimensional cutting stock problems with the deep reinforcement learning. Mathematics, 11(4), 1028. https://doi./227-7390/11/4/1028
- Cucuzza, R., Domaneschi, M., Rosso, M. M., Martinelli, L., & Marano, G. C. (2023). Cutting stock problem (CSP) applied to structural optimization for the minimum waste cost. Cepapers, 6(5), 1066–1073. https://doi/abs/10.1002/cepa.2208

JEMSC.QOM
شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۵-۲۵۳۸
مدیریت مهندسی و رایانش نرم
دانشگاه قم

مدل سازی مسأله ترکیبی تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام و حل آن با استفاده از ترکیب الگوریتم یادگیری تقویتی عمیق و حل دقیق

سیدجمال‌الدین حسینی[۱]✉، علی محقر[۲]، قاسم مختاری[۳] و محمدحسن ملکی[۴]

۱. گروه مهندسی صنایع ، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: sirjamal@gmail.com
۲. گروه مدیریت، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: amohaghar@ut.ac.ir
۳. گروه مهندسی صنایع ، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: mokhtariy@yahoo.com
۴. گروه مدیریت، دانشکده مدیریت، دانشگاه قم، قم، ایران. رایانامه: bozorgmehr.maleki1363@gmail.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۶/۱۶

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۰۱

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۱۰

کلیدواژه‌ها:
تعیین اندازه انباشته، الگوریتم یادگیری تقویتی عمیق، برش یک بعدی مواد خام، جریمه دیرکرد، هزینه اضافه کاری.

چکیده

تعیین اندازه انباشته تولید و مسئله برش مواد خام از موضوعات کلیدی در بسیاری از صنایع تولیدی به شمار می‌آیند. این دو مسئله در صنایعی مانند صنایع فلزی، کاغذ، مبلمان و آلومینیوم نقش مهمی در مدیریت مواد اولیه، برنامه‌ریزی تولید و کنترل هزینه‌ها دارند. تعیین اندازه انباشته به تصمیم‌گیری درباره مقدار تولید هر محصول در دوره‌های مختلف مرتبط است و مسئله برش مواد خام نیز به تعیین الگوهای برش با حداقل ضایعات و هزینه می‌پردازد. با توجه به وابستگی این دو مسئله، تصمیم‌گیری یکپارچه در مورد آن‌ها می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر کاهش هزینه‌های کل سیستم و بهبود بهره‌وری عملیاتی داشته باشد. در این پژوهش یک مدل ریاضی یکپارچه برای ترکیب این دو مسئله ارائه شده است که علاوه بر ساختار چندسطحی و چنددوره‌ای تولید، هزینه‌های وارد بر سیستم شامل دیرکرد تحویل سفارشات، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه را نیز در نظر می‌گیرد. نوآوری اصلی این تحقیق در رویکرد حل مسئله است؛ به‌جای استفاده از روش‌های دقیق یا الگوریتم‌های فرااابتکاری متداول، از یک روش مبتنی بر یادگیری تقویتی عمیق استفاده شده تا امکان تصمیم‌گیری در فضای بزرگ و پیچیده مسئله فراهم شود. در این رویکرد، مسئله به‌گونه‌ای طراحی شده که روش یادگیری بتواند با توجه به وضعیت‌های مختلف سیستم، بهترین تصمیم‌ها را در خصوص مقدار تولید، میزان انباشته و انتخاب الگوهای برش اتخاذ کند. این روش قابلیت انطباق با شرایط مختلف عملیاتی را داشته و بدون نیاز به تقسیم مسئله به بخش‌های جداگانه، به‌صورت یکپارچه عمل می‌کند. برای ارزیابی عملکرد، مجموعه‌ای از مسائل نمونه در اندازه‌های مختلف طراحی و نتایج حاصل از روش پیشنهادی با خروجی روش‌های پایه (از جمله الگوریتم‌های تکاملی) مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی توانسته است به پاسخ‌هایی بسیار نزدیک به جواب‌های دقیق دست پیدا کند و در مقیاس‌های بزرگ، عملکرد بهتری نسبت به روش‌های متداول داشته باشد. انحراف میانگین نتایج حاصل از روش پیشنهادی نسبت به حل دقیق تنها حدود ۰/۵ درصد بوده است. همچنین در مسائلی که روش‌های دقیق توان حل آن را ندارند، روش یادگیری تقویتی عمیق به طور متوسط حدود ۲۰/۷۶ درصد بهبود نسبت به الگوریتم ژنتیک ایجاد کرده است. تحلیل حساسیت مدل نیز بیانگر آن است که با افزایش یک درصدی هزینه خرید مواد اولیه، هزینه کل سیستم به صورت میانگین ۰/۷۷ درصد و هزینه نگهداری ۰/۴۵ درصد افزایش می‌یابد. همچنین افزایش یک درصدی دیگر در هزینه خرید منجر به افزایش میانگین ۰/۸۹ درصد هزینه کل و ۰/۶۸ درصد هزینه نگهداری خواهد شد. این نتایج نشان‌دهنده اهمیت تصمیم‌گیری هماهنگ در تولید، نگهداری و مصرف مواد خام است.

استناد: محقر، علی و همکاران. (۱۴۰۴). «مدل سازی مسأله ترکیبی تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام و حل آن با استفاده از ترکیب الگوریتم یادگیری تقویتی عمیق و حل دقیق». *مدیریت مهندسی و رایانش نرم، دوره ۱۱* (۲). صص: ۳۴۷-۳۲۶. https://doi.org/10.22091/jemsc.2025.14699.1328

ناشر: دانشگاه قم

© حسینی و همکاران (۱۴۰۴).

۱) مقدمه

در بسیاری از صنایع تولیدی که از انواع مقاطع فولادی نظیر تیرآهن، میلگرد، نبشی، قوطی و ناودانی برای ساخت محصولات مختلف استفاده می‌شود، از جمله تولید دکل‌های مخابراتی، سازه‌های انتقال نیروی فشار متوسط و فشار قوی، دو مسئله کلیدی نقش اساسی در برنامه‌ریزی تولید ایفا می‌کنند: مسئله برش مواد خام و مسئله تعیین اندازه انباشته تولید. در این صنایع، روند تولید شامل خرید مواد خام از تأمین‌کنندگان متعدد، تدوین الگوی برش مناسب، انجام عملیات برش روی شاخه‌های مختلف فولادی، اتصال قطعات بریده‌شده در ایستگاه‌های کاری مختلف از طریق جوشکاری، پیچ و مهره یا پرچ، و در صورت نیاز افزودن قطعات خریدنی تکمیلی است. این چرخه نه‌تنها در صنایع فلزی، بلکه در حوزه‌هایی همچون برش کاغذ، تولید مبلمان، ساخت سازه‌های آلومینیومی و اجرای لوله‌کشی‌های گسترده صنعتی نیز کاربرد دارد. مطالعات متعددی به بررسی مسئله برش تک‌بعدی بر روی مواد اولیه با طول‌ها و ابعاد متفاوت پرداخته‌اند؛ از جمله دیکلی و همکاران (۲۰۰۸)، کوی (۲۰۱۲) و رینرستن (۲۰۱۰). همچنین مسئله تعیین اندازه انباشته نخستین‌بار توسط هندی (۱۹۹۵) معرفی شد و این مسئله را به دو دسته تک‌سطحی و چندسطحی و چهار زیرگروه با یا بدون محدودیت ظرفیت تقسیم‌بندی کرد. محققانی همچون کوک (۱۹۹۰)، وو (۲۰۱۱)، رول (۱۹۹۱) و ژائو (۲۰۱۲) هر یک به بررسی این طبقات پرداخته‌اند. نتایج مطالعات پیشین نشان می‌دهد که یکپارچه‌سازی دو مسئله برش مواد خام و تعیین اندازه انباشته می‌تواند به کاهش چشمگیر هزینه‌ها، کاهش ضایعات، و افزایش دقت برنامه‌ریزی منجر شود. ملگا (۲۰۱۸) نیز مروری جامع بر یکپارچگی این دو مسئله ارائه کرده است. یکپارچه‌سازی معمولاً در دو سطح انجام می‌شود: ۱) یکپارچگی میان دوره‌های زمانی از طریق موجودی، ۲) یکپارچگی میان سطوح مختلف تولید (تک‌سطحی یا چندسطحی). در فرآیند تولید واقعی، مجموعه‌ای از تصمیمات به‌صورت توأم باید اتخاذ شود: انتخاب طرح برش، تعیین تعداد برش، ساخت قطعات موردنیاز برای مونتاژ، انجام عملیات تکمیلی شامل جوشکاری و رنگ‌آمیزی، و رعایت زمان‌بندی تحویل هر سفارش به‌عنوان یک "پروژه" با محدودیت‌های قراردادی. در صورت کمبود ظرفیت، شیفت کاری فوق‌العاده اضافه می‌شود که خود هزینه‌زا است. بنابراین، مسئله مورد بررسی، ترکیبی از برش تک‌بعدی، تعیین اندازه انباشته چندسطحی چنددوره‌ای، سفارش‌گذاری مواد خام، خرید قطعات جانبی و برنامه‌ریزی ظرفیت است. در این تحقیق، یک مدل یکپارچه برای تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام ارائه شده که هزینه‌های دیرکرد تحویل، اضافه‌کاری و خرید مواد اولیه را نیز در نظر می‌گیرد. در این مدل، عناصر کلیدی نظیر ساختار محصول، میزان تقاضا، تعداد قطعات برش‌خورده در هر محصول، ظرفیت ایستگاه‌های کاری، مقدار سفارش مواد خام، اندازه‌های مختلف مقاطع فولادی در دوره‌های برنامه‌ریزی، موجودی مواد و محصولات نیمه‌ساخته، و نیاز به شیفت اضافه همگی به‌طور هم‌زمان تعیین می‌شوند. هدف اصلی مدل، حداقل‌سازی هزینه کل شامل هزینه مواد خام، قطعات خریدنی، نگهداری موجودی‌ها، هزینه دیرکرد و هزینه نیروی انسانی اضافه است. رویکرد حل نیز یکی از بخش‌های نوآورانه این پژوهش است. با توجه به پیچیدگی بسیار بالا و NP-hard بودن مسئله، روش‌های دقیق در ابعاد واقعی کارایی کافی ندارند. در این مطالعه، به‌جای رویکردهای متداول مانند الگوریتم ژنتیک یا حل‌های ترکیبی، از یک روش مبتنی بر یادگیری تقویتی عمیق استفاده شده است. در این رویکرد، فرایند تولید، برش و برنامه‌ریزی موجودی به‌صورت یک محیط تصمیم‌گیری تعریف شده و عامل یادگیرنده با مشاهده وضعیت سیستم و پیامدهای تصمیم‌ها، به انتخاب راهبردهایی گرایش

پیدا می‌کند که کمترین هزینه کل را ایجاد کنند. این روش قادر است تصمیمات بهینه یا نزدیک به بهینه را در ابعاد بزرگ، با سرعت مناسب و بدون نیاز به جداسازی مسئله ارائه کند. برای ارزیابی عملکرد، مجموعه‌ای از نمونه‌مسئله در اندازه‌های مختلف ایجاد و نتایج روش پیشنهادی با سایر روش‌های متداول مقایسه شده است. تحلیل‌ها نشان می‌دهد که رویکرد یادگیری تقویتی عمیق توانسته است پاسخ‌هایی بسیار نزدیک به بهینه و در ابعاد بزرگ، عملکردی برتر نسبت به الگوریتم‌های کلاسیک ارائه دهد.

۲) مرور ادبیات

مرور پیشینه پژوهش در حوزه یکپارچه‌سازی مسئله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام نشان می‌دهد که بخش عمده‌ای از تحقیقات، این دو مسئله را به‌صورت مستقل بررسی کرده‌اند؛ زیرا هر یک به تنهایی در گروه مسائل پیچیده و NP-hard قرار می‌گیرند. با این حال، وابستگی ذاتی میان تصمیمات مرتبط با برنامه‌ریزی تولید و الگوهای برش باعث شده است که در سال‌های اخیر مطالعاتی به سمت ارائه مدل‌های یکپارچه حرکت کنند. این یکپارچگی معمولاً از دو جنبه اصلی مورد تحلیل قرار می‌گیرد: نخست، میزان پوشش سطوح تولید در مدل (سطح مواد خام، سطح برش، و سطح تولید نهایی) و دوم، درنظرگرفتن یا نگرفتن پویایی زمانی که در قالب امکان انتقال موجودی میان دوره‌ها نمود پیدا می‌کند.

بر اساس این دو محور، ساختاری چهارخانه برای طبقه‌بندی مطالعات پیشنهاد شده است. این ساختار به‌صورت /// نمایش داده می‌شود که سه جایگاه نخست نشان‌دهنده سطوح تولیدL1 ، L2و L3 هستند؛ وجود هر سطح به معنای درنظرگرفتن حداقل یک متغیر تصمیم مرتبط با همان سطح است و هر سطحی که در مدل تعریف نشده باشد با علامت "–" مشخص می‌شود. بخش چهارم نیز وضعیت افق برنامه‌ریزی را تعیین می‌کند: مدل‌های تک‌دوره‌ای با S و مدل‌های چنددوره‌ای با M نمایش داده می‌شوند. از ترکیب این دو جنبه، چهار گروه مسئله به وجود می‌آید، اما تنها زمانی می‌توان از یکپارچگی واقعی سخن گفت که همزمان حداقل دو سطح تولید و یک افق چنددوره‌ای در مدل لحاظ شود. بر این اساس، ادبیات پژوهش حاضر به سه دسته اصلی تقسیم می‌شود L1/L2/-/M :، L2/L3/M-، و.L1/L2/L3/M

۱. یکپارچگی کامل میان هر سه سطح تولید و افق زمانی چنددوره‌ای(L1/L2/L3/M)

مطالعاتی که این سطح از یکپارچگی را پوشش می‌دهند بسیار محدود هستند. یکی از نمونه‌های شاخص، پژوهش آربیب و مارنلی ۲۰۰۵ است که در قالب یک مطالعه موردی در صنعت تولید کمربند انجام شد. در شاخه اول مدل، مسئله تعیین اندازه انباشته برای مواد خام مطرح شده و موجودی این مواد در پایان هر دوره برای تغذیه فرآیند برش کنترل می‌شود. مقدار تحویل‌شده به بخش برش باید نیاز دوره‌ای این مرحله را به طور کامل تأمین کند. مرحله دوم شامل یک مسئله برش چنددوره‌ای است که ظرفیت کلی برش‌کاری را محدود می‌کند. در سطح سوم نیز تولید محصول نهایی به گونه‌ای برنامه‌ریزی می‌شود که تقاضای هر دوره تنها با تولید همان دوره برآورده شود. از ویژگی‌های قابل‌توجه مدل آن است که امکان استفاده از ضایعات و قطعات باقی‌مانده برش در دوره‌های بعد وجود دارد.

۲. یکپارچگی میان سطوح مواد خام و برش در افق زمانی چنددوره‌ای(L1/L2/-/M)

در رده دوم، پژوهش‌هایی قرار می‌گیرد که یکپارچگی سطح مواد خام و فرآیند برش را در قالب یک مدل چنددوره‌ای بررسی کرده‌اند. در این گروه، مطالعه وگاس و همکاران ۲۰۱۶ جایگاه ویژه‌ای دارد. آن‌ها مدلی چنددوره‌ای ارائه کردند که برش سه‌بعدی مواد خام (طول، عرض، ارتفاع) را دربرمی‌گیرد و شامل متغیرهای تصمیمی برای موجودی مواد خام و قطعات حاصل از برش در هر دوره است. یکی از فرض‌های کلیدی این مدل آن است که قطعات باقیمانده از برش در یک دوره می‌توانند به‌عنوان موجودی قابل‌استفاده به دوره‌های بعد منتقل شوند؛ به همین دلیل، ساختار زمانی مدل نقش مهمی در نحوه شکل‌گیری الگوهای برش ایفا می‌کند.

۳. یکپارچگی میان مرحله برش و تولید محصول نهایی در افق چنددوره‌ای(-/L2/L3/M)

این دسته به موضوع پژوهش حاضر بسیار نزدیک است و بخش زیادی از ادبیات این حوزه را تشکیل می‌دهد. در این ساختار، تعامل میان تصمیمات مرتبط با مرحله برش مواد خام و برنامه‌ریزی تولید محصول نهایی مورد توجه است.

مطالعات سالمن ۲۰۱۲ و وندز ۲۰۱۷ افق تولید محصولات نهایی را تنها از طریق محدودیت تعادل تقاضا مدیریت کرده‌اند، در حالی که پژوهش وو و همکاران ۲۰۱۷ علاوه بر توجه به سطح سوم تولید، محدودیت‌های زمان و هزینه راه‌اندازی را نیز وارد مدل تعیین اندازه انباشته کرده است. در مطالعه سالمن ۲۰۱۲ یکپارچه‌سازی دو مسئله در قالب یک کارخانه تولید آلومینیوم مدلسازی شده است. هدف اصلی، تعیین اندازه انباشته و الگوهای برش برای حداقل‌سازی هزینه کل شامل هزینه مواد، فرآیند، راه‌اندازی، نگهداری موجودی و تاخیر تحویل است. در این مدل ظرفیت در مرحله برش محدود شده و یک الگوریتم فراابتکاری برای حل مسئله استفاده شده است. در مقابل، وو و همکاران ۲۰۱۷ به مسئله برش تک‌بعدی پرداختند و با حذف امکان تاخیر و درنظرنگرفتن وابستگی هزینه و زمان راه‌اندازی، مدل را ساده‌تر کردند. تابع هدف آن‌ها شامل هزینه راه‌اندازی، مواد خام، نگهداری موجودی و برش بود. پژوهش وندز و همکاران ۲۰۱۷ یکپارچگی میان تعیین اندازه انباشته و الگوهای برش را برای صنعت مبلمان بررسی کرده است. در این مدلL2/L3/M/- ، تصمیمات تعیین اندازه تولید برای دوره‌های مختلف و الگوهای برش دوبعدی سازگار با تنوع ضخامت صفحات به‌صورت همزمان بهینه‌سازی می‌شوند. قابلیت برش همزمان چند صفحه بر روی دستگاه نیز در مدل لحاظ شده است. هدف نهایی، کاهش مجموع هزینه‌های تولید، نگهداری موجودی و مصرف مواد اولیه است. در مطالعات جرمنی ۲۰۰۹ و ۲۰۱۱، فرآیند ساخت مبلمان با استفاده از قطعات حاصل از برش دوبعدی ورق‌های چوبی بررسی شد. مسئله تعیین اندازه انباشته در سطح محصول نهایی و الگوی برش در سطح مواد اولیه هم‌زمان بهینه شده‌اند. نسخه ۲۰۱۱ مقاله، یک مسئله چندسطحی شامل برش گیوتینی و مونتاژ نهایی را بررسی کرده است. در ادامه این خط پژوهشی، مورابیتو و هلم ۲۰۱۲ از بهینه‌سازی استوار برای مدل‌سازی عدم‌قطعیت تقاضا و هزینه تولید در صنعت مبلمان استفاده کردند و با هدف کاهش هزینه‌های تولید، نگهداری موجودی، عقب‌افتادگی و مواد دورریز مدل خود را توسعه دادند. در نسخه ۲۰۱۳ نیز یک مدل قطعی همراه با برنامه‌ریزی‌های تصادفی دومرحله‌ای برای سناریوهای ریسکی و بدون ریسک ارائه شد. در مسئله ارائه‌شده توسط ناسیمیتو ۲۰۲۰، برش تک‌بعدی مواد خام با طول‌های متفاوت و تقاضای نهایی چنددوره‌ای در نظر گرفته شده است. باقی‌مانده مواد بریده‌شده به‌عنوان موجودی به دوره‌های آینده منتقل می‌شود و با استفاده از آزادسازی قیود عدد صحیح و تکنیک تولید

ستون، مدل به‌صورت کارا حل شده است. در پژوهش چریستوفلوتی و همکاران ۲۰۲۱ برش سه‌بعدی در صنعت تولید تشک با یکپارچه‌سازی سطوح ۱ و ۲ مدل‌سازی شده و هدف، کاهش هزینه تمام‌شده تولید بوده است.

در ادامه، آریس و همکاران ۲۰۲۱ یک مدل دو مرحله‌ای (برش یک‌بعدی و دوبعدی) را برای صنعت کاغذ ارائه کردند که در آن ابتدا رول‌های بزرگ تعیین اندازه انباشته شده و سپس به ترتیب به کلاف‌های کوچکتر و برش‌های دوبُعدی تبدیل می‌شوند. سری پژوهش‌های «رال ۲۰۲۰ و ۲۰۲۲ و ۲۰۲۳ نیز طیف گسترده‌ای از یکپارچه‌سازی تعیین اندازه انباشته، برش یک‌بعدی و زمان‌بندی را شامل می‌شوند؛ از جمله بررسی راه‌اندازی‌های وابسته دنباله‌ای، تحلیل تأثیر الگوهای برش بر هزینه راه‌اندازی، و مدل‌های چنددوره‌ای شامل برش و مونتاژ. در نهایت، آندرا . همکاران ۲۰۲۴ یک مدل یکپارچه تک‌بعدی را در صنعت تولید فنر خودرو ارائه کردند که در آن موجودی پایان دوره جزئی از خروجی سیستم تلقی شده و هزینه‌های تولید و نگهداری به عنوان تابع هدف کمینه شده‌اند.

٤. یادگیری تقویتی عمیق در مسائل یکپارچه تولید و برش مواد خام

یادگیری تقویتی عمیق طی سال‌های اخیر به‌عنوان یکی از رویکردهای پیشرفته در حل مسائل پیچیده تصمیم‌گیری در حوزه‌های تولید، لجستیک و بهینه‌سازی ترکیبی مطرح شده است. ماهیت این مسائل، که اغلب به‌صورت چندمرحله‌ای، پویا و NP-hard تعریف می‌شوند، موجب شده است که روش‌های کلاسیک، چه دقیق و چه فراابتکاری، در مواجهه با ابعاد بزرگ و عدم‌قطعیت‌های محیطی کارایی محدودی داشته باشند. در چنین شرایطی، یادگیری تقویتی عمیق با قابلیت یادگیری مستقیم سیاست‌های تصمیم‌گیری از تعامل با محیط و بدون نیاز به مدل‌های صریح ریاضی، جایگزینی مناسب برای روش‌های مرسوم محسوب می‌شود. در مسئله یکپارچه تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام، تصمیمات در چند سطح از تولید گرفته می‌شود و وابستگی متقابل میان سطوح مختلف (مواد اولیه، قطعات برش‌خورده، تولید نهایی) و میان دوره‌های زمانی (به دلیل امکان نگهداری موجودی) ساختاری پیچیده و غیرخطی ایجاد می‌کند. بسیاری از مطالعات تلاش کرده‌اند این موضوع را با مدل‌سازی ریاضی یا روش‌های فراابتکاری حل کنند؛ اما پیچیدگی ناشی از الگوهای متعدد برش، محدودیت‌های چندسطحی موجودی، تقاضای چنددوره‌ای و نیاز به تصمیم‌گیری همزمان در چند مرحله، باعث شده است که این رویکردها ظرفیت محدودی در مقیاس صنعتی واقعی داشته باشند (دیوید و همکاران ۲۰۲۵). یادگیری تقویتی عمیق قادر است با مدل‌سازی این مسئله به‌صورت یک فرایند تصمیم‌گیری مارکوفی، سیاستی بهینه یا نزدیک به بهینه را برای تصمیمات کلیدی همچون انتخاب میزان تولید، تعیین الگوی برش مناسب، مدیریت موجودی و تنظیم سفارشات مواد اولیه فراگیرد (فوران و همکاران ۲۰۲۴). ویژگی مهم یادگیری تقویتی عمیق در این زمینه، قابلیت «یادگیری تدریجی از محیط» و «بهبود مستمر سیاست تصمیم‌گیری» است؛ به‌گونه‌ای که سیستم می‌تواند در مواجهه با تغییرات تقاضا، نوسانات هزینه‌های مواد اولیه، محدودیت‌های ظرفیت یا تغییرات الگوهای برش، تصمیمات خود را تطبیق دهد (اندرس و همکان ۲۰۲۵). این قابلیت موجب شده است که یادگیری تقویتی عمیق در حوزه‌های مشابه مانند زمان‌بندی تولید، لجستیک هوشمند، کنترل موجودی چندسطحی، و بهینه‌سازی شبکه‌های تأمین عملکرد موفقی از خود نشان دهد. (غران و همکاران ۲۰۲۵) یکی از مزیت‌های کلیدی یادگیری تقویتی عمیق در برخورد با مسئله یکپارچه تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام، توانایی حل آن به‌صورت «یکپارچه» و «دوره به دوره» است. برخلاف روش‌های سنتی که معمولاً نیازمند تجزیه مسئله یا ساده‌سازی

ساختار آن هستند، در یادگیری تقویتی عمیق امکان یادگیری همزمان اثر تصمیمات بر دوره‌های آینده وجود دارد. به‌عنوان مثال، الگوریتم می‌تواند یاد بگیرد که انتخاب یک الگوی برش خاص در دوره فعلی چه تأثیری بر میزان ضایعات، موجودی و هزینه‌های تولید در دوره‌های بعدی خواهد داشت، و این روابط پیچیده را در قالب یک سیاست بهینه نهفته سازد. مجموعه‌ای از پژوهش‌های اخیر نیز نشان داده‌اند که یادگیری تقویتی عمیق در مسئله‌های ترکیبی تولید–برش، به‌ویژه زمانی که با محدودیت‌های چندسطحی و وابستگی‌های بین‌دوره‌ای همراه باشند، توانایی ارائه راه‌حل‌هایی با کیفیت بالا و در زمان محاسباتی کمتر نسبت به الگوریتم‌های فراابتکاری را دارد. به همین دلیل، استفاده از یادگیری تقویتی عمیق برای حل یکپارچه این مسئله با هدف کاهش هزینه‌های کلی تولید (شامل هزینه مواد اولیه، هزینه برش، هزینه نگهداری، هزینه تاخیر سفارش و هزینه‌های مرتبط با تصمیمات نامناسب موجودی) کاملاً موجه است و می‌تواند رویکردی نوآورانه و کارآمد در مقایسه با مطالعات پیشین باشد (پاناس و مکاران ۲۰۲۵). به طور خلاصه، یادگیری تقویتی عمیق با فراهم‌کردن قابلیتی منحصر به‌فرد برای یادگیری سیاست‌های تصمیم‌گیری پیچیده، امکان حل همزمان مؤلفه‌های مختلف تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام را فراهم می‌کند. این رویکرد به ویژه در محیط‌هایی با حجم بالای داده، تنوع الگوهای برش، محدودیت منابع و عدم‌قطعیت در تقاضا، مزیتی چشمگیر نسبت به روش‌های پیشین ایجاد می‌کند و می‌تواند گامی مهم در توسعه مدل‌های تصمیم‌یار هوشمند در صنایع تولیدی باشد.

با توجه به جدول بالا مسئله مسئله یکپارچه تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با هزینه تاخیر در تحویل سفارشات، اضافه کاری و خرید مواد اولیه با هدف کمینه سازی هزینه های تولید تاکنون به صورت یکپارچه بررسی نشده است. در این تحقیق یک مسئله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با ویژگی‌های ساختار محصولات، تقاضای مشتری، تعداد آیتم برش خورده در هر محصول، ظرفیت ایستگاه های کاری هر مرحله، میزان سفارش مواد خام (نظیر میلگرد، نبشی، قوطی و ....)، مقاطع مختلف مواد خام در دوره های مختلف مورد برنامه ریزی، میزان سفارش قطعات افزودنی در هر دوره برنامه ریزی، تعیین طرح برش مواد، موجودی مواد در پایان هر دوره زمانی و میزان شیفت کاری فوق العاده مورد بررسی و یک الگوریتم یادگیری تقویتی عمیق برای حل مسئله در ابعاد بزرگ پیشنهاد شده است.

۳) مدل پیشنهادی

در این قسمت مدل پیشنهادی مسئله ارائه شده است. هدف مسأله یافتن راه حل بهینه کلی در مسأله یکپارچه تعیین اندازه انباشته چند سطحی و برش مواد خام یک بعدی با شکل مقطع های مختلف و سایزهای متفاوت است، به صورتی که تقاضای هر دوره در موعد مقرر به گونه ای برآورده شود که مجموع هزینه های سفارش دهی مواد خام، نگهداری مواد خام و قطعات نیمه ساخته شده و هزینه تأخیر ایستگاه های تولیدی کمینه شود. لازم به ذکر است که هزینه تأخیر براساس هزینه کمبود در هر دوره اندازه گیری شده است. مدل پیشنهادی بر اساس مقایسه هزینه اضافه کاری و هزینه جریمه می تواند بر اساس میزان لازم تا سقف ظرفیت، برای جلوگیری از هزینه جریمه، شیفت اضافه کاری برقرار کند. مفروضات مسئله به شرح زیر است.

- اگر الگوهای برش تغییر کنند یک زمان راه اندازی جدید برای ایستگاه های برش اعمال می شود. به عبارت دیگر متغیر راه اندازی ایستگاه های برش علاوه بر شکل مقطع و طول مواد خام و دوره ای که در آن عملیات برش انجام می شود، به الگوهای برش نیز مرتبط است.
- سفارشات مشتریان در هر دوره به صورت تقاضای مشتریان از هر آیتم در هر دوره در نظر گرفته شده است.
- مقدار موجودی مواد خام از هر شکل مقطع و طول خاص در ابتدای افق برنامه ریزی صفر است.
- محدودیت ظرفیت در ایستگاه های برش و همچنین سایر ایستگاه های تولید در نظر گرفته شده است و با توجه به زمان راه اندازی و زمان پردازش عملیات مربوطه در هر ایستگاه، محدودیت ها اداره می شوند.
- زمان راه اندازی ایستگاه ها در نظر گرفته شده است اما هزینه راه اندازی در تابع هدف در نظر گرفته نشده است.
- مدل مسئله به شرح زیر است.

جدول ۲: مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

مجموعه ها		
N	مجموعه کل آیتم ها	
V	مجموعه آیتم های خام جهت برش	$V \subset N$
R	مجموعه محصولات نهایی	$r \subset N$
U	مجموعه قطعات مونتاژی	$U \subset N$
N-U-V	مجموعه قطعات نیمه ساخته شده حین تولید بجز قطعات خام بریده شده و قطعات مونتاژی	
S_i	مجموعه immediate successors آیتم i در BOM	
M	مجموعه تمام ایستگاه های موجود برای تولید محصولات	
M_c	مجموعه ایستگاه های برش	$M_c \subset M$
K_e	مجموعه طول های متفاوت مربوط به شکل مقطع e	
F_{ek}	مجموعه الگوهای برش مربوط به شکل مقطع e و طول k	
اندیس ها		
i, j	آیتم ها	$i, j = 1,2, \dots, n$
T	دوره های زمان	$t = 1,2, \dots, T$
E	شکل مقطع مواد خام	$e = 1,2, \dots, E$
M	ایستگاه های کاری	$m = 1,2, \dots, M$
K	طول های متفاوت مواد خام	$k = 1,2, \dots, K$
F	الگو های برش	$f = 1,2, \dots, F$
U	قطعات مونتاژی	u=1,2,…., U
پارامترها		
h_i	هزینه نگهداری یک واحد آیتم i در هر دوره	
π_i	هزینه کمبود آیتم i	
d_{it}	تقاضا آیتم i در دوره t	

a_{ij}	تعداد واحد آیتم i مورد نیاز برای تولید یک واحد آیتم j
α_{if}^{ek}	تعداد آیتم خام i به دست آمده از برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k مطابق الگوی برش f
pt_{mi}	زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه m به منظور تولید یک واحد آیتم i
Pt_{mf}^{ek}	زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه برش m $(m \in M_c)$ به منظور برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k مطابق الگوی برش f
st_{mi}	زمان راه اندازی ایستگاه m به منظور تولید آیتم i
St_{fm}^{ek}	زمان راه اندازی ایستگاه برش m $(m \in M_c)$ به منظور برش مواد خام با شکل مقطع e و طول k
b_{mt}	ظرفیت عادی ایستگاه m در دوره t برحسب ساعت
b'_{mt}	ظرفیت اضافه کاری ایستگاه m در دوره t برحسب ساعت
$\mathrm{fc}_t^{\mathrm{ek}}$	هزینه ثابت سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
$\mathrm{vc}_t^{\mathrm{ek}}$	هزینه متغیر سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
$\mathrm{ho}_t^{\mathrm{ek}}$	هزینه نگهداری مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
g_{ut}	هزینه خرید قطعه u در دوره t
gh_{ut}	هزینه نگهداری قطعه u در دوره t
o_{mt}	هزینه هر ساعت اضافه کاری ایستگاه m در دوره t
B	عدد مثبت بزرگ

متغیرها	
x_{it}	تعداد آیتم i تولید شده در دوره t
I_{it}^{+}	تعداد آیتم i نگهداری شده در پایان دوره t
I_{it}^{-}	تعداد کمبود آیتم i در پایان دوره t
I_{it}	موجودی خالص آیتم i در دوره t، حاصل تفاضل دو متغیر نگهداری و کمبود
y_{ft}^{ek}	تعداد واحد مواد خام با شکل مقطع e و طول k، بریده شده مطابق الگوی برش f در دوره t
z_t^{ek}	مقدار سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t
G_{ut}	مقدار سفارش خرید قطعه u در دوره t
Gh_{ut}	مقدار قطعه u نگهداری شده در پایان دوره t
O_{mt}	میزان اضافه کاری ایستگاه m در دوره t
$\mathrm{Io}_t^{\mathrm{ek}}$	مقدار مواد خام با شکل مقطع e و طول k نگهداری شده در پایان دوره t
w_{it}	متغیر باینری راه اندازی ایستگاه های تولید. $w_{it} = \begin{cases} 1 & if \quad x_{it} > 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$
γ_{ft}^{ek}	متغیر باینری راه اندازی ایستگاه برش. $\gamma_{ft}^{ek} = \begin{cases} 1 & if \quad y_{ft}^{ek} > 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$
λ_t^{ek}	متغیر باینری سفارش دهی که نشان می دهد سفارش مواد خام با شکل مقطع e و طول k در دوره t انجام می شود یا نه. $\lambda_t^{\mathrm{ek}} = \begin{cases} 1 & if \quad z_t^{\mathrm{ek}} > 0 \\ 0 & \mathrm{o.w} \end{cases}$

مدل پیشنهادی به شرح زیر است.

تابع هدف:

$$Min\ Z = \sum_{t=1}^{T}\sum_{e=1}^{E}\sum_{k\in K_e}\left(\mathrm{fc}_t^{\mathrm{ek}}.\lambda_t^{\mathrm{ek}} + \mathrm{vc}_t^{\mathrm{ek}}.z_t^{\mathrm{ek}}\right) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{e=1}^{E}\sum_{k\in K_e}\mathrm{ho}_t^{\mathrm{ek}}.\mathrm{Io}_t^{\mathrm{ek}} + \sum_{u=1}^{U}\sum_{t=1}^{T}(g_{ut}.G_{ut} + gh_{ut}.Gh_{ut}) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T}(O_{mt}.o_{mt} + \sum_{i\in N}\sum_{t=1}^{T}(h_i.I_{it}^{+}) + \sum_{i\in r}\sum_{t=1}^{T}\pi_i.I_{it}^{-} \quad (۱)$$

تابع هدف با هدف حداقل کردن مجموع هزینه های سفارش مواد خام که خود شامل دو بخش هزینه ثابت سفارش دهی و هزینه متغیر سفارش دهی است، نگهداری مواد خام و آیتم ها در پایان هر دوره و کمبود محصول نهایی در هر دوره مدل سازی شده است.

محدودیت‌ها:

$$z_t^{ek} + Io_{t-1}^{ek} = Io_t^{ek} + \sum_{f\in F_{ek}} y_{ft}^{ek} \qquad \forall\, t = 1,2,.,T, \quad e = 1,2,..,E, k \in K_e \quad (۳)$$

محدودیت (۳) بالانس میزان سفارش مواد خام برای تولید محصولات را نشان می دهد. بدین صورت که میزان سفارش مواد خام از هر شکل مقطع و طول، در هر دوره زمانی، به اضافه میزان موجودی باقی مانده از همان نوع مواد خام از دوره قبل باید برابر باشد با میزان مواد خامی که قرار است مطابق الگوهای برش تعیین شده بریده شوند، به اضافه میزان موجودی از مواد خام که ممکن است بریده نشده باشد و برای دوره بعد باقی مانده باشد. (توجه داشته باشید که $\mathrm{Io}_0^{\mathrm{ek}} = 0$ در نظر گرفته شده است.)

$$G_{ut} + Gh_{u,t-1} = Gh_{ut} + \sum_{j\in S_u} a_{uj}.\ x_{jt} \qquad \forall\ u \in U, t = 1,2,..T \quad (۴)$$

محدودیت (۴) بالانس و کفایت قطعات خریدنی برای تولید محصول را نشان می دهد

$$x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{it} + \sum_{j\in S_i} a_{ij}.x_{jt} \qquad \forall\, i\ \in N - V, \quad t = 1,2,....T \quad (۵)$$

محدودیت (۵) محدودیت بالانس تقاضا است و تضمین می کند که تقاضای مشتریان در هر دوره برآورده شود. بدین صورت که مجموع مقدار تولید آیتم i در هر دوره و میزان موجودی باقی مانده آیتم مورد نظر از دوره قبل، باید میزان تقاضا آن آیتم در همان دوره و مجموع میزان تولید آیتم های سطوح پایین تر BOM که در ساخت آنها از آیتم i استفاده شده است، را برآورده کند همچنین ممکن است در پایان همان دوره به میزان $I_{i,t}$ نیز موجودی از آیتم i نگهداریم.

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{k\in K_e}\sum_{f\in F_{ek}} \alpha_{if}^{ek}.y_{ft}^{ek} + I_{i,t-1} = I_{i,t} + \sum_{j\in S_i} a_{ij}.x_{jt} \qquad \forall\, i\ \in V, \quad t = 1,2,....T \quad (۶)$$

محدودیت (۶) نیز بالانس تولید و موجودی را برای سطوح بالاتر BOM تضمین می کند، یعنی باید مقدار آیتم های خام موجود در سطح آخر BOM محصولات، نیاز آیتم های سطوح پایین تر برای تولید محصول نهایی را برآورده کنند. بدین صورت که مجموع آیتم های خام بریده شده از مواد خام با شکل مقطع و طول مشخص مطابق الگوی برش تعیین شده به اضافه میزان موجودی باقی مانده آیتم مورد نظر(آیتم خام) از دوره قبل، باید برابر با مجموع مصرف این آیتم های خام برای سطوح پایین تر به اضافه موجودی نگهداری شده در پایان همان دوره باشد.

$$\sum_{i\in N-V-U} (pt_{mi}.x_{it} + st_{mi}.w_{it}) \leq b_{mt} + O_{mt} \qquad \forall\ t = 1,2,\dots,T, \quad m \in M - M_c \qquad (۷)$$

نامعادله (۷) محدودیت ظرفیت ایستگاه های تولید است و اطمینان می دهد که مجموع زمان های پردازش و راه اندازی ایستگاه های تولیدی برای تولید محصولات، نمی تواند بزرگتر از ظرفیت موجود ایستگاه های تولیدی باشد.

$$\sum_{e=1}^{E}\sum_{k\in K_e}\sum_{f\in F_{ek}} \left(Pt_{fm}^{ek}.y_{ft}^{ek} + St_{fm}^{ek}.\gamma_{ft}^{ek}\right) \leq b_{mt} + O_{mt} \qquad \forall\, t = 1,2,\dots,T, \quad m \in M_c \qquad (۸)$$

رابطه (۸) نیز مانند محدودیت قبل، محدودیت ظرفیت است با این تفاوت که مربوط به ایستگاه برش است. بدین صورت که مجموع زمان های راه اندازی ایستگاه برش و پردازش عملیات برش نمی تواند بیشتر از ظرفیت موجود ایستگاه مربوطه باشد.

$$x_{\mathrm{it}} + I_{\mathrm{i,t\text{-}1}}^{+} - I_{\mathrm{i,t}}^{+} \geq \sum_{j\in s_i} a_{\mathrm{ij}}.x_{\mathrm{jt}} \qquad \forall\, i \in \text{N-V-U},\ \ t = 1,2,\dots,T \qquad (۹)$$

محدودیت (۹) تضمین می کند که میزان تولید آیتم ها و موجودی آنها از دوره قبل نیاز آیتم های پایین تر در BOM را برآورده می کند.

$$\sum_{e}\sum_{k\in k_e}\sum_{f\in F_{\mathrm{ek}}} \alpha_{\mathrm{if}}^{\mathrm{ek}}.y_{\mathrm{ft}}^{\mathrm{ek}} + I_{\mathrm{i,t\text{-}1}}^{+} - I_{\mathrm{i,t}}^{+} \geq \sum_{j\in s_i} a_{\mathrm{ij}}.x_{\mathrm{jt}} \qquad \forall\ \ i \in \mathrm{V},\ t = 1,2,\dots,T \qquad (۱۰)$$

محدودیت (۱۰) نیز مانند محدودیت (۹) است با این تفاوت که برای آیتم های خام اعمال شده است.

$$0 \leq O_{mt} \leq b'_{mt} \qquad \forall\, t = 1,2,\dots,T, \quad m \in M_c \qquad (۱۱)$$

محدودیت (۱۱) محدودیت اضافه کاری ایستگاه‌های تولید را نشان می دهد

$$x_{it} \leq B.w_{it} \qquad \forall\ t = 1,2,\dots,T\,,\ \ i \in N \qquad (۱۲)$$

محدودیت (۱۲) اطمینان می دهد که هیچ تولیدی از آیتم i در دوره t رخ نمی دهد مگر اینکه متغیر راه اندازی مربوطه مقدار یک بگیرد.

$$y_{ft}^{ek} \le B.\gamma_{ft}^{ek} \qquad \forall\ t = 1,2,\dots,T \quad e = 1,2,\dots,E \quad ,k \in K_e \quad , \quad f \in F_{ek} \qquad (۱۳)$$

محدودیت (۱۳) نیز مانند محدودیت قبل است، با این تفاوت که برای ایستگاه های برش در نظر گرفته شده است، و متغیر های راه اندازی ایستگاه برش را به متغیرهای مربوطه شان یعنی تعداد واحد مواد خام با شکل مقطع e و طول k برش خورده مطابق الگو برش f مرتبط می سازند. به عبارت دیگر هیچ مواد خامی بریده نخواهد شد مگر آنکه متغیر راه اندازی ایستگاه برش مقدار ۱ بگیرد.

$$z_t^{\mathrm{ek}} \le \mathrm{B}.\lambda_t^{\mathrm{ek}} \qquad \forall\ t = 1,2,\dots,T \quad e = 1,2,\dots,E \quad ,k \in K_e \qquad (۱۴)$$

این محدودیت متغیر باینری سفارش دهی را به متغیر میزان سفارش مواد خام در هر دوره مرتبط می سازد.

$$I_{it} = I_{it}^{+} - I_{it}^{-} \qquad \forall\ t = 1,2,\dots,T \quad i \in N \qquad (۱۵)$$

محدودیت (۱۵) نحوه محاسبه موجودی خالص را نشان می دهد که این موجودی می تواند مقادیر مثبت، منفی و یا صفر بگیرد.

$$I_{it}^{-} = 0 \qquad \forall\ i = N, \quad t = T \qquad (۱۶)$$

محدودیت (۱۶) بیانگر این است که کمبود محصول نهایی(i=N) در دوره آخر(t=T) مجاز نیست. به عبارت دیگر تقاضای از دست رفته نداریم و در نهایت باید به تمام تقاضاها پاسخ داده شود.

$$I_{it}^{-} \ge 0\ , I_{it}^{+} \ge 0\ , y_{\mathrm{ft}}^{\mathrm{ek}} \ge 0\ , z_t^{\mathrm{ek}} \ge 0\ \ , \mathrm{Io}_t^{\mathrm{ek}} \ge 0\ , x_{it} \ge 0\ \ , integer\ ,\ I_{it} \in Z$$
$$w_{\mathrm{it}} \in \{0,1\}\ , \gamma_{\mathrm{ft}}^{\mathrm{ek}} \in \{0,1\}\ , \lambda_t^{\mathrm{ek}} \in \{0,1\} \qquad (۱۷)$$

مجموعه محدودیت (۱۷) نیز حدود متغیرها را نشان می دهند.

۴) روش حل

در این پژوهش، به‌منظور حل همزمان مسئله تولید الگوهای برش، تعیین تعداد برش، مدیریت موجودی و برنامه‌ریزی تولید، یک روش ترکیبی مبتنی بر یادگیری تقویتی عمیق و حل‌گر سی‌پلکس (به نام CRL) ارائه می‌شود. رویکرد پیشنهادی، جایگزینی کامل سازوکار جستجوی فراابتکاری الگوریتم ژنتیک با یک عامل هوشمند یادگیری تقویتی عمیق است که به‌صورت پویا الگوهای برش و تعداد به‌کارگیری آن‌ها را تولید می‌کند و سپس راه‌حل ارائه‌شده توسط حل‌گر سی‌پلکس ارزیابی می‌شود. این چرخه تا رسیدن به یک سیاست بهینه یا نزدیک به بهینه ادامه می‌یابد.

مدل‌سازی مسئله به‌صورت محیط یادگیری تقویتی

برای تبدیل مسئله به یک چارچوب یادگیری تقویتی عمیق ، ابتدا مسئله به‌صورت یک محیط تصمیم‌گیری مارکوف مدل‌سازی می‌شود. اجزای اصلی این محیط به شرح زیر است:

فضای حالت

در هر تکرار، حالت محیط شامل اطلاعات زیر است: ۱) وضعیت موجودی مواد خام و آیتم‌های میانی؛ ۲) تقاضای محصولات نهایی در دوره فعلی؛ ۳) تقاضای استخراج‌شده از BOM برای آیتم‌های خام؛ ۴) ظرفیت باقیمانده، طول مواد خام و وضعیت برش‌خورده؛ ۵) الگوهای برش قبلی و هزینه‌های مرتبط؛ ۶) دوره زمانی جاری؛ ۷) کمبودهای باقیمانده که باید تأمین شوند.

به این ترتیب، عامل یادگیری تقویتی عمیق تصویر کاملی از وضعیت سیستم تولید-موجودی دریافت می‌کند.

فضای عمل

در روش جدید، عمل عامل برابر است با: ۱) انتخاب الگوی برش برای هر نوع ماده خام؛ ۲) تعیین تعداد استفاده از هر الگوی برش در دوره جاری؛ ۳)

در واقع، عامل یادگیری تقویتی عمیق همان نقش «ژن‌های الگوریتم ژنتیک» را ایفا می‌کند، اما به‌جای جستجوی تصادفی-تکاملی، سیاست بهبودیافته مبتنی بر یادگیری را اجرا می‌کند.

تابع پاداش

تابع هدف مسئله برابر است با خروجی مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح که توسط سی‌پلکس حل می‌شود.

تولید سیاست اولیه

در اینجا سه استراتژی برای عامل یادگیری تقویتی عمیق استفاده می‌شوند: ۱) سیاست حریصانه نزولی (انتخاب الگوها بر اساس طول بزرگ‌تر آیتم‌ها)؛ ۲) سیاست تصادفی (انتخاب تصادفی سطح مقطع)؛ ۳) سیاست مبتنی بر کاهش ضایعات (در نظر گرفتن کمترین ضایعات برای مسئله)

این سیاست‌ها برای پیش‌گرمایش شبکه یادگیری تقویتی عمیق و افزایش سرعت یادگیری استفاده می‌شوند.

تعامل یادگیری تقویتی عمیق و حل‌گر سی‌پلکس

فرآیند تعامل عامل یادگیری تقویتی عمیق و سی‌پلکس به شرح زیر است:

عامل یادگیری تقویتی عمیق یک مجموعه الگوی برش و تعداد استفاده از آن‌ها را تولید می‌کند. این جواب به مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح سی‌پلکس داده می‌شود. سی‌پلکس متغیرهای زیر را محاسبه می‌کند: مقدار تولید آیتم‌ها در هر دوره؛ مقدار سفارش مواد خام؛ مقدار موجودی مواد خام و آیتم‌ها؛ مقدار کمبود؛

خروجی سی‌پلکس به‌عنوان پاداش به عامل یادگیری تقویتی عمیق بازگردانده می‌شود. عامل یادگیری تقویتی عمیق سیاست خود را به‌روزرسانی می‌کند. این فرآیند تا همگرایی ادامه می‌یابد.

تولید و اصلاح الگوهای برش

عامل یادگیری تقویتی عمیق در طول فرآیند یادگیری به‌صورت خودکار الگوهای برش جدید را تولید کرده و مطابق با سیاست خود جایگزینی یا حفظ می‌کند: تولید الگو با کم کردن طول قطعات از ماده خام تا رسیدن به محدودیت؛ با احتمال ۰.۵ الگو جایگزین الگوی فعلی می‌شود؛ با احتمال ۰.۵ الگو به مجموعه اضافه می‌شود؛ در صورت ایجاد الگوی

جدید، ردیف جدید در ماتریس تعداد برش صفر می‌شود. سپس سی‌پلکس بررسی می‌کند در کدام دوره باید از این الگو برای پوشش تقاضا استفاده شود. این سازوکار جایگزین جهش و تقاطع در الگوریتم ژنتیک می‌شود.

به‌روزرسانی تعداد برش‌ها

عامل یادگیری تقویتی عمیق تعداد برش‌ها را در هر دوره بر اساس نیاز به مواد خام و BOM محصولات تعیین می‌کند.

معیار توقف و همگرایی

در روش DRL ، توقف بر اساس یکی از دو معیار زیر انجام می‌شود: ثبات پاداش متوسط در ۵۰ اپیزود آخر؛ رسیدن عامل به یک سیاست پایدار و کم‌نوسان.

۵) بحث و نتایج

مسئله پیشنهادی در سه سایز مختلف کوچک، متوسط و بزرگ بررسی شده است. نتایج مسئله در سه حالت مختلف حل با نرم افزار سی‌پلکس (که با c نشان داده می شود)، حل با ترکیب یادگیری تقویتی عمیق و نرم افزار سی‌پلکس (که با CRL نشان داده می شود) و حل با یادگیری تقویتی عمیق (که با RL نشان داده می شود) بررسی و نتایج آن گزارش شده است. برای هر حالت ۵ مثال مختلف حل و نتایج آن گزارش شده است. جدول زیر ابعاد مختلف مسئله را نشان می دهد. این ابعاد از دنیای واقعی الهام گرفته شده است.

جدول شماره ۲. ابعاد مسئله

	آیتم ها	آیتم خام	دوره	ایستگاه ها	ایستگاه برش	شکل مقطع	طول ماده خام
کوچک	۵	۲	۵	۲	۲	۲	۲
متوسط	۲۵	۱۰	۱۰	۱۰	۴	۴	۶
بزرگ	۵۰	۲۰	۲۵	۲۵	۱۰	۱۰	۱۵

جداول زیر نتایج مسئله برای تمامی سایزها را نشان می دهد. در جداول زیر میزات تابع هدف و زمان حل مسائل در هر ۳ حالت پیشنهدی بررسی شده است.

جدول شماره ۳. نتایج مسئله برای ابعاد کوچک

مثال ها	تابع هدف			زمان حل		
	C	CRL	RL	C	CRL	RL
۱	۱۲۱۵۷	۱۲۰۰۷	۱۱۷۷۵	۲۶۹۹	۲۱۰۴	۱۷
۲	۱۲۱۳۳	۱۱۸۹۵	۱۱۷۴۰	۲۵۴۵	۲۹۶۵	۲۸
۳	۱۱۸۶۰	۱۱۷۰۰	۱۱۵۳۵	۲۹۷۳	۱۷۴۵	۲۶
۴	۱۱۹۲۴	۱۱۶۸۷	۱۱۴۷۲	۲۵۲۸	۱۷۸۶	۱۸
۵	۱۲۳۱۴	۱۲۱۵۵	۱۲۰۱۰	۳۱۵۴	۲۷۹۹	۲۰
۶	۱۲۰۴۸	۱۱۸۴۹	۱۱۶۱۰	۲۴۱۰	۲۳۴۶	۱۹
۷	۱۱۷۷۲	۱۱۵۹۸	۱۱۴۴۱	۲۵۷۴	۲۵۱۰	۲۱
۸	۱۲۰۲۸	۱۱۸۸۷	۱۱۷۱۸	۲۸۳۰	۲۷۱۲	۲۵
۹	۱۲۳۸۷	۱۲۲۳۲	۱۲۰۳۳	۲۷۷۷	۱۵۱۸	۲۶

۱۰	۱۱۷۳۱	۱۱۵۰۸	۱۱۳۶۱	۲۹۹۳	۲۶۸۵	۲۴

در جدول بالا روش سی‌پلکس تمامی مسائل را در زمان بهینه حل کرده است. میانگین زمان حل این نرم افزار ۲۷۴۹ ثانیه است. میزان انحراف الگوریتم پیشنهادی با جواب بهینه برابر با ۰.۵ درصد است که نشان از کارامدی روش حل پیشنهادی دارد. همچنین میزان انحراف روش یادگیری تقویتی عمیق با حالت بهینه برابر با ۲ درصد است. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۲۳۱۷ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی‌پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش یادگیری تقویتی عمیق برابر با ۲۸۷.۴ ثانیه است.

جدول شماره ٤. نتایج مسئله برای ابعاد متوسط

مثال ها	تابع هدف			زمان حل		
	C	CRL	RL	C	CRL	RL
۱	۲۲۴۵۴	۲۲۹۸۶	۲۲۵۸۴	۷۲۰۰	۷۰۹۴	۶۰
۲	۲۲۱۹۱	۲۲۹۳۷	۲۲۵۱۳	۷۲۰۰	۶۰۶۲	۵۵
۳	۲۱۹۴۱	۲۲۵۰۰	۲۲۱۰۰	۷۲۰۰	۵۶۱۷	۶۴
۴	۲۱۷۶۱	۲۲۳۷۵	۲۱۹۱۰	۷۲۰۰	۵۵۲۴	۵۹
۵	۲۲۵۱۰	۲۳۵۰۷	۲۳۱۹۷	۷۲۰۰	۶۰۶۴	۶۵
۶	۲۲۰۷۲	۲۲۶۸۸	۲۲۴۲۵	۷۲۰۰	۵۷۳۸	۵۵
۷	۲۱۵۰۷	۲۲۰۲۳	۲۱۵۶۳	۷۲۰۰	۶۷۵۴	۷۴
۸	۲۲۱۸۰	۲۲۹۷۰	۲۲۶۷۶	۷۲۰۰	۶۶۵۹	۷۸
۹	۲۲۶۴۳	۲۳۵۰۸	۲۳۱۴۴	۷۲۰۰	۵۵۱۹	۶۵
۱۰	۲۱۷۰۲	۲۲۶۶۳	۲۲۲۶۶	۷۲۰۰	۵۵۷۰	۶۶

در جدول بالا روش سی‌پلکس تمامی مسائل را در زمان ۷۲۰۰ ثانیه متوقف شده است. میزان بهبود الگوریتم پیشنهادی با جواب سی‌پلکس برابر با ۲.۱ درصد است که نشان از کارامدی روش حل پیشنهادی دارد. همچنین میزان انحراف روش یادگیری تقویتی عمیق با روش پیشنهادی برابر با ۰.۶ درصد است. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۶۰۷۰ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی‌پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش یادگیری تقویتی عمیق برابر با ۵۶۷.۱ ثانیه است.

جدول شماره ٥. نتایج مسئله برای ابعاد بزرگ

مثال ها	تابع هدف			زمان حل		
	C	CRL	RL	C	CRL	RL
۱	N/A	۶۵۵۷۷	۵۴۵۶۷	۷۲۰۰	۷۱۹۲	۱۵۰
۲	N/A	۱۹۵۹۴	۱۶۳۴۷	۷۲۰۰	۷۰۲۶	۱۳۷
۳	N/A	۱۹۷۶۶	۱۶۴۲۶	۷۲۰۰	۶۵۶۹	۱۴۰
۴	N/A	۱۸۹۸۸	۱۵۸۸۳	۷۲۰۰	۶۲۳۶	۱۲۱

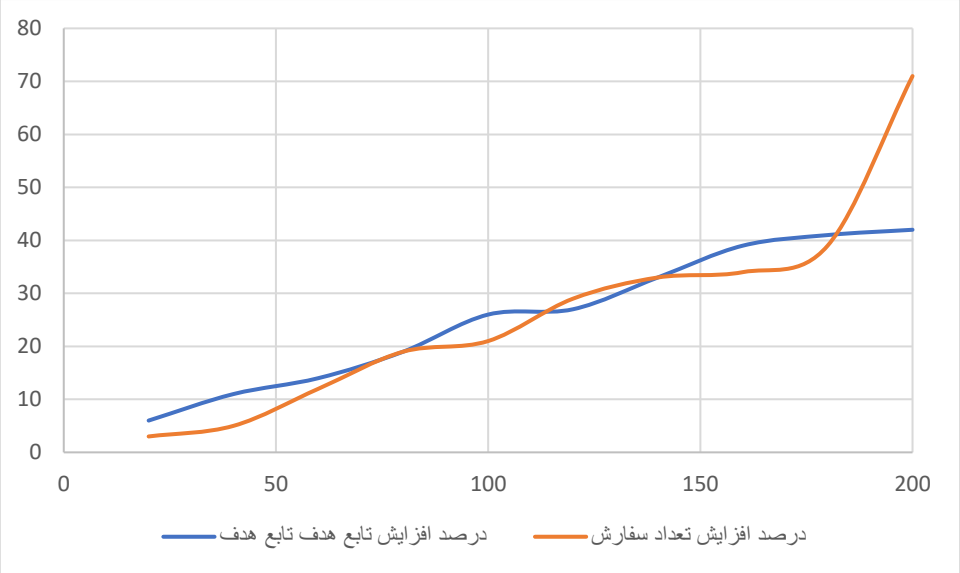
۵	N/A	۱۸۷۸۶	۱۵۷۵۸	۷۲۰۰	۷۳۹۶	۱۵۷
۶	N/A	۱۸۷۸۴	۱۵۳۰۵	۷۲۰۰	۷۲۴۶	۱۴۲
۷	N/A	۱۸۷۶۸	۱۵۵۹۸	۷۲۰۰	۶۰۷۵	۱۴۷
۸	N/A	۱۸۹۴۱	۱۵۵۴۳	۷۲۰۰	۶۳۷۲	۱۳۶
۹	N/A	۱۸۰۴۵	۱۵۱۶۵	۷۲۰۰	۶۰۹۲	۱۱۴
۱۰	N/A	۱۹۲۱۲	۱۶۰۲۳	۷۲۰۰	۶۶۸۲	۱۳۷

در جدول بالا روش سی‌پلکس هیچ کدام از مسائل را حل نکرده است. میانگین زمان حل این نرم افزار ۷۲۰۰ ثانیه است. همچنین میزان انحراف روش یادگیری تقویتی عمیق با روش پیشنهادی برابر با ۲۰.۸ درصد است که نشان از کارایی روش پیشنهادی دارد. میانگین زمان حل روش پیشنهادی برابر با ۶۶۸۸ ثانیه بوده که بیشتر این زمان حل مربوط به نرم افزار سی‌پلکس است. همچنین میانگین زمان حل روش یادگیری تقویتی عمیق برابر با ۹۸۷.۱ ثانیه است.

تحلیل حساسیت

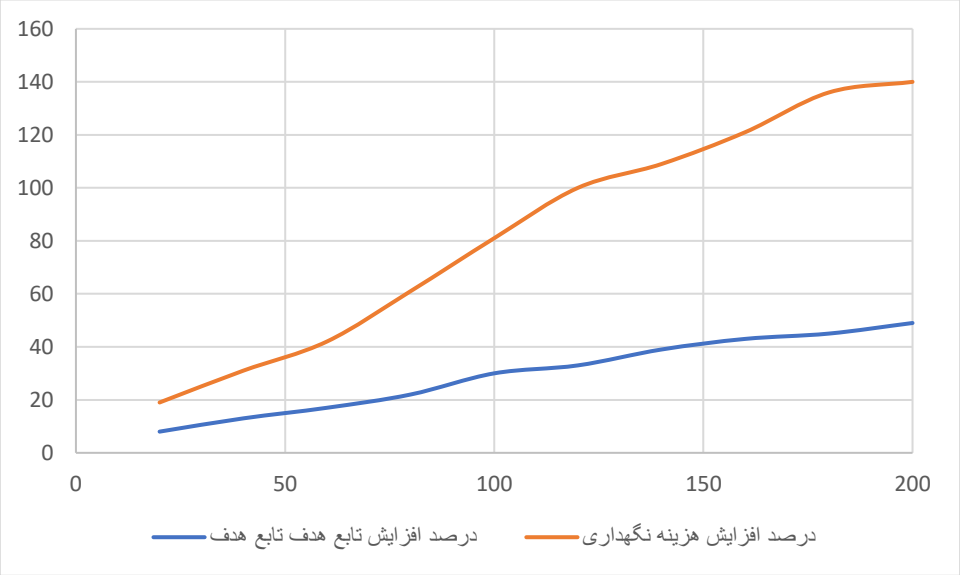
در این قسمت مسئله پیشنهادی در حالات مختلف حل و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شده است.

حالت اول: افزایش هزینه‌های نگهداری. با افزایش هزینه‌های نگهداری، میزان سفارش مواد خام کاهش می یابد و سعی می‌شود در هر دوره سفارش مواد خام انجام شود. شکل میزان افزایش هزینه نگهداری را از ۲۰ تا ۲۰۰ درصد نشان می‌دهد.



شکل ۲) بررسی مسئله با افزایش هزینه‌های نگهداری

حالت دوم: بررسی افزایش هزینه‌های خرید: با افزایش هزینه‌های خرید، میزان نگهداری مواد اولیه افزایش می یابد و سیستم سعی میکند با خرید بیشتر از هزینه‌های آن جلوگیری کند. شکل زیر میزان افزاش تابع هدف و هزینه‌های نگهداری را با افزایش هزینه‌های خرید نشان می‌دهد. در این شکل هزینه‌های خرید از ۲۰ تا ۲۰۰ درصد افزاش یافته است.



شکل ۳) بررسی مسئله با افزایش هزینه‌های خرید

حالت سوم: شکل زیر مسئله با در حالت حل جداگانه، یکپارچه و جداگانه به تفکیک دوره‌های زمانی بررسی کرده است.

نتیجه گیری

در این پژوهش، مسئله تعیین اندازه انباشته و برش مواد خام با در نظر گرفتن هزینه تاخیر در تحویل سفارشات، اضافه کاری و خرید مواد اولیه بررسی شده و یک مدل ریاضی یکپارچه با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های تولید ارائه گردید. در مدل پیشنهادی، تعیین اندازه انباشته به‌صورت چندسطحی و چند دوره‌ای و برش مواد خام به‌صورت یک‌بعدی در نظر گرفته شده است. این مسائل در فرآیند تولید بسیاری از صنایع از جمله مبلمان، کاغذ، آلومینیوم و صنایع فلزی کاربرد دارند و نقش حیاتی در تعیین میزان تولید مجموعه‌ای از قطعات و محصولات و بهینه‌سازی استفاده از مواد خام ایفا می‌کنند. به دلیل NP-hard بودن مسائل و عدم کارایی روش‌های دقیق در ابعاد بزرگ، در این پژوهش از یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر یادگیری تقویتی عمیق و حل‌گر سی‌پلکس استفاده شد. در این روش، یک عامل یادگیری تقویتی عمیق به‌صورت پویا الگوهای برش و تعداد به‌کارگیری آن‌ها را انتخاب می‌کند و سپس سی‌پلکس بر اساس این تصمیمات متغیرهای تولید، موجودی و کمبود را محاسبه می‌کند. خروجی حل‌گر به‌عنوان پاداش به عامل یادگیری تقویتی عمیق بازخورد داده شده و فرآیند یادگیری تا رسیدن به سیاست بهینه ادامه می‌یابد. نتایج نشان می‌دهند که روش پیشنهادی قادر است الگوهای برش و برنامه‌ریزی تولید بهینه را در مقیاس بزرگ به دست آورد. انحراف راه‌حل‌های پیشنهادی از جواب دقیق در مسائل کوچک حدود ۰.۵ درصد است که نشان‌دهنده کارایی بالا و دقت قابل قبول روش است. همچنین، در مسائل بزرگ که روش دقیق قادر به حل آن نیست، روش یادگیری تقویتی عمیق بهبود ۲۱.۸ درصدی نسبت به الگوریتم ژنتیک نشان داد. تحلیل حساسیت هزینه‌ها نیز بیانگر آن است که افزایش ۱ درصدی در هزینه‌های خرید، هزینه کل مسئله و هزینه نگهداری

به‌ترتیب به‌طور میانگین ۰.۸۶ درصد و ۰.۶۵ درصد افزایش می‌یابد، که انعطاف‌پذیری و پایداری راه‌حل‌ها را نشان می‌دهد. به‌طور کلی، نتایج این پژوهش تأکید می‌کند که یادگیری تقویتی عمیق به‌عنوان یک رویکرد هوشمند می‌تواند در مسائل پیچیده تولید و برش مواد خام عملکرد قابل توجهی داشته باشد و قابلیت گسترش برای مسائل بزرگ‌تر و واقعی‌تر را دارد. برای تحقیقات آینده می‌توان این رویکرد را توسعه داد تا عوامل عملیاتی پیچیده‌تری مانند هزینه خرابی و تعمیر ماشین‌آلات، محدودیت دسترسی به تجهیزات و نیروی انسانی نیز در مدل لحاظ شود.

منابع و مراجع

- Chen, Q., & Chen, Y. (2024). Heuristics for the two-dimensional cutting stock problem with usable leftover. Intelligent data analysis, (Preprint), 1–21. https://arxiv.org/abs/2108.08810v2
- Cemil Dikili, A., Can Takinacı, A., & Akman Pek, N. (2008). A new heuristic approach to one-dimensional stock-cutting problems with multiple stock lengths in ship production. Ocean engineering, 35(7), 637–645. https://doi/science/article/pii/S0029801808000097
- Cui, Y. (2012). A CAM system for one-dimensional stock cutting. Advances in engineering software, 47(1), 7–16. https://doi/article/pii/S0965997811003206
- Cherri, A. C., Cherri, L. H., Oliveira, B. B., Oliveira, J. F., & Carravilla, M. A. (2023). A stochastic programming approach to the cutting stock problem with usable leftovers. European journal of operational research, 308(1), 38–53. https://arxiv.org/abs/2108.08810v2
- Hindi, K. S. (1995). Computationally efficient solution of the multi-item, capacitated lot-sizing problem. Computers & industrial engineering, 28(4), 709–719. https://doi/article/pii/036083529500021R
- Delorme, M., & Iori, M. (2020). Enhanced pseudo-polynomial formulations for bin packing and cutting stock problems. INFORMS journal on computing, 32(1), 101–119. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Kroth, K. M. (2024). Cutting and Packaging Optimization. In Operations research and management: quantitative methods for planning and decision-making in business and economics (pp. 45–67). Springer. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Kuik, R., & Salomon, M. (1990). Multi-level lot-sizing problem: evaluation of a simulated-annealing heuristic. European journal of operational research, 45(1), 25–37. https://doi/pii/0377221790901533
- Wu, T., Shi, L., Geunes, J., & Akartunalı, K. (2011). An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backlogging. European journal of operational research, 214(2), 428–441. https://doi/article/pii/S0377221711003730
- Roll, Y., & Karni, R. (1991). Multi-item, multi-level lot sizing with an aggregate capacity constraint. European journal of operational research, 51(1), 73–87. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Zhao, Q., Xie, C., & Xiao, Y. (2012). A variable neighborhood decomposition search algorithm for multilevel capacitated lot-sizing problems. Electronic notes in discrete mathematics, 39, 129–135. https://doi/S1571065312000194
- Bertolini, M., Mezzogori, D., & Zammori, F. (2024). Hybrid heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and additional operating constraints. International journal of industrial engineering computations, 15(1), 149–170. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Melega, G. M., de Araujo, S. A., & Jans, R. (2018). Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems. European journal of operational research, 271(1), 1–19. https://arxiv.org/abs/2108.08810v2
- Luo, Q., Du, B., Rao, Y., & Guo, X. (2022). Metaheuristic algorithms for a special cutting stock problem with multiple stocks in the transformer manufacturing industry. Expert systems with applications, 210, 118578. https://doi/article/pii/S0957417422016396
- Fang, J., Rao, Y., Luo, Q., & Xu, J. (2023). Solving one-dimensional cutting stock problems with the deep reinforcement learning. Mathematics, 11(4), 1028. https://doi./227-7390/11/4/1028
- Cucuzza, R., Domaneschi, M., Rosso, M. M., Martinelli, L., & Marano, G. C. (2023). Cutting stock problem (CSP) applied to structural optimization for the minimum waste cost. Cepapers, 6(5), 1066–1073. https://doi/abs/10.1002/cepa.2208
- do Nascimento, D. N., de Araujo, S. A., & Cherri, A. C. (2022). Integrated lot-sizing and one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers. Annals of operations research, 316, 1–19. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Pierini, L. M., & Poldi, K. C. (2021). Lot Sizing and cutting stock problems in a paper production process. Pesquisa operacional, 41(SPE), e235094. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Andrade, P. R. de L. (2021). Optimization of the production process in an automotive spring industry. Universidade Estadual Paulista (Unesp). https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971

- Viegas, J. L., Vieira, S. M., Henriques, E. M. P., & Sousa, J. M. C. (2016). Heuristics for three-dimensional steel cutting with usable leftovers considering large time periods. European journal of industrial engineering, 10(4), 431–454. https://doi/abs/10.1504/EJIE.2016.078141
- Suliman, S. M. A. (2012). An algorithm for solving lot sizing and cutting stock problem within aluminum fabrication industry [presentation]. Proceedings of the 2012 international conference on industrial engineering and operations management (pp. 783–793). https://arxiv.org/abs/2108.08810v2
- Vanzela, M., Melega, G. M., Rangel, S., & de Araujo, S. A. (2017). The integrated lot sizing and cutting stock problem with saw cycle constraints applied to furniture production. Computers & operations research, 79, 148–160. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Wu, T., Akartunalı, K., Jans, R., & Liang, Z. (2017). Progressive selection method for the coupled lot-sizing and cutting-stock problem. INFORMS journal on computing, 29(3), 523–543. https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/ijoc.2017.0746
- Gramani, M. C. N., França, P. M., & Arenales, M. N. (2009). A lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem. International journal of production economics, 119(2), 219–227. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Gramani, M. C. N., França, P. M., & Arenales, M. N. (2011). A linear optimization approach to the combined production planning model. Journal of the franklin institute, 348(7), 1523–1536. https://doi/article/pii/S0016003210001560
- José Alem, D., & Morabito, R. (2012). Production planning in furniture settings via robust optimization. Computers & operations research, 39(2), 139–150. https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.08971
- Alem, D., & Morabito, R. (2013). Risk-averse two-stage stochastic programs in furniture plants. OR spectrum, 35(4), 773–806. https://doi/10.1007/s00291-012-0312-5
- Christofoletti, M. M., de Araujo, S. A., & Cherri, A. C. (2021). Integrated lot-sizing and cutting stock problem applied to the mattress industry. Journal of the operational research society, 72(6), 1279–1293. https://doi/abs/10.1080/01605682.2020.1718013
- Ayres, A. O. C., Campello, B. S. C., Oliveira, W. A., & Ghidini, C. T. L. S. (2021). A Bi-integrated model for coupling lot-sizing and cutting-stock problems. OR spectrum, 43(4), 1047–1076. https://doi.org/10.1007/s12559-020-09734-4
- Melega, G. M., de Araujo, S. A., & Morabito, R. (2020). Mathematical model and solution approaches for integrated lot-sizing, scheduling and cutting stock problems. Annals of operations research, 295(2), 695–736. https://arxiv.org/abs/2304.03589v1
- Melega, G. M., de Araujo, S. A., Jans, R., & Morabito, R. (2023). Formulations and exact solution approaches for a coupled bin-packing and lot-sizing problem with sequence-dependent setups. Flexible services and manufacturing journal, 35(4), 1276–1312. https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.06732
- Silva, E. M., Melega, G. M., Akartunalı, K., & de Araujo, S. A. (2023). Formulations and theoretical analysis of the one-dimensional multi-period cutting stock problem with setup cost. European journal of operational research, 304(2), 443–460. https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.01686
- de Lara Andrade, P. R., de Araujo, S. A., Cherri, A. C., & Lemos, F. K. (2021). The integrated lot sizing and cutting stock problem in an automotive spring factory. Applied mathematical modelling, 91, 1023–1036. https://doi.org/10.1145/3581783.3611762
- Melega, G. M., Araujo, S. A. de, & Jans, R. (2016). Comparison of mip models for the integrated lot-sizing and one-dimensional cutting stock problem. Pesquisa operacional, 36(1), 167–196. https://doi.org/10.48550/arXiv.2012.15840
- Campello, B. S. C., Ghidini, C. T. L. S., Ayres, Ao., & Oliveira, W. A. (2022). A residual recombination heuristic for one-dimensional cutting stock problems. Top, 30(1), 194–220. https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.00819
- Pierini, L. M., & Poldi, K. C. (2023). Optimization of the cutting process integrated to the lot sizing in multi-plant paper production industries. Computers & operations research, 153, 106157. https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.04159